

## HALMAZOK, HALMAZMŰVELETEK. RÉSZHALMAZOK. SZÁMOSSÁG

- Halmazok-e a következők? Ha igen, adja meg az elemszámukat!
  - $A = \{\text{a gyakorlatunk magas hallgatói}\};$
  - $B = \{\text{az } \{a; b; c; d\} \text{ halmaz valódi részhalmazai}\};$
  - $C = \{x \in \mathbb{R} \mid 0,5 \leq x < 3\}$
  - $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0,5 \leq x < 3\}$
  - $E = \{x \in \mathbb{Q} \mid 0,5 \leq x < 3\}$
  - $F = \{x \mid x \notin F\}$
- Hány részhalmaza van a 16-nál kisebb pozitív prímszámok halmazának? Hányféle háromelemű részhalmaza van?
- Legyen alaphalmazunk  $H$ , a -5-nél nagyobb, de a 10-nél nem nagyobb egész számok halmaza; továbbá legyen adott benne két halmaz:  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| > 4\}$  és  $B$ , a hárommal osztható számok összessége.
  - Ábrázolja a fenti halmazokat közös Venn-diagrammon.
  - Adja meg az  $\bar{A}$  és a  $\bar{B}$  halmazokat, határozza meg számosságukat.
  - Hasonlóképpen járjon el az  $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$  és a  $A \times B$  halmazokkal.
- Ábrázolja számegyenesen az  $I, J, K$  intervallumokat.

$$I = [2; 4[, J = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 6x + 5 < 0\}, K = \{ \text{az } f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-6}} \text{ függvény értelmezési tartománya} \}$$

Jelölje számegyenesen és adja meg intervallumként a következőket!

$$\text{a) } J \setminus I; \quad \text{b) } I \cap K; \quad \text{c) } (K \setminus J) \cup I$$

## SZÁMHALMAZOK. KÖZEPEK. KORLÁTOSSÁG

- Milyen számjegy áll az  $5/13$  tizedestört felírásában a tizedesvessző utáni 2018. helyen? Adja meg egészek hányadosaként a  $0,201820182018\dots$  végtelen szakaszos tizedestörtet!
- Bizonyítsa, hogy a  $\sqrt{5}$  szám nem írható fel egészek hányadosaként, azaz irracionális szám!
- Adjon meg 2, 3, majd tetszőleges  $n$  racionális számot az  $\left] \frac{1}{2}; \frac{2}{3} \right[$  intervallumban.
- Adja meg a következő egyenletek megoldáshalmazát a megjelölt alaphalmazokon.
  - $3(4-x) = 2[3-2(x+4)]; (i) x \in \mathbb{N}, (ii) x \in \mathbb{Z};$
  - $\frac{3x+5}{18} + \frac{4x+1}{12} - \frac{5x-2}{6} = 0; (i) x \in \mathbb{Z}, (ii) x \in \mathbb{Q};$
  - $x^2 + (3-\sqrt{2})x - 3\sqrt{2} = 0; (i) x \in \mathbb{Q}, (ii) x \in \mathbb{R};$
  - $(x+3)\left(x-\frac{3}{2}\right)(x+\sqrt[3]{2})(x^2+1) = 0; (i) x \in \mathbb{N}, (ii) x \in \mathbb{Q}^*, x \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{C}.$
- Határozza meg, melyek alkotnak testet az alábbi halmazok közül:  $\mathbb{Q}, \mathbb{Q}^*, \mathbb{Z}, \mathbb{N}, \mathbb{R}.$
- Melyik az számpár, amelynek számtani és mértani közepeinek halmaza a  $\{4; 5\}$ ? Határozza meg harmonikus és négyzetes közepüket!
- Egy derékszögű háromszög befogóinak összege 18 cm. A befogóhosszak mely megoszlásában lesz a háromszög területe maximális?
- Létezik-e olyan valós számokból álló számhalmaz, ami
  - felülről korlátos, de alulról nem korlátos
  - alulról korlátos, de felülről nem korlátos
  - véges sok elemből áll és felülről nem korlátos
  - véges sok elemből áll és alulról nem korlátos
  - végtelen sok elemből áll és korlátos?
- Vizsgálja az  $a_n = \frac{2n-1}{n}$  sorozat értékészletét korlátosság és monotonitás szempontjából!