

1. Igazolja, hogy bármely n természetes számra fennáll:

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1). \quad (7 \text{ pont})$$

2. Bizonyítsa, hogy egy irracionális szám tizedes tört alakjában legalább kettő számjegy végtelen sokszor szerepel! (4 pont)

3. Ábrázolja a koordinátasíkon a $\mathbb{Z} \times \mathbb{R}$ és az $\mathbb{R} \times \mathbb{Z}$ halmazokat! (6 pont)

4. Adja meg az $A \Delta B$ halmaz elemeit, ha $A =]0; 7]$ és $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -x^2 + 6x - 5 \geq 0\}$. (6 pont)

5. Vizsgálja a következő sorozat korlátosságát, monotonitását! Határozza meg határértékét, adja meg az $\varepsilon = 10^{-3}$ értékhez tartozó köszöbindexet:

$$a_n = \frac{n+2}{3n-8}. \quad (10 \text{ pont})$$

6. Vizsgálja meg a következő sorozatot korlátosság, monotonitás és határérték szempontjából! Adjon köszöbindexet az $\varepsilon = 10^{-5}$ hibakorláthoz.

$$b_n = \frac{2^{n+1}+5}{3^n} \quad (10 \text{ pont})$$

7. Számítsa ki a következő határértékeket!

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-3}{n^2+2n-15},$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^7-n^5+n^3-1}{n^6+n^4-n^2+5},$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n}),$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1}\right)^n. \quad (2 + 2 + 2 + 2 \text{ pont})$

8. Ábrázolja és jellemezze a következő függvényeket!

a) $f(x) = -\frac{3}{2}x + 4,$

b) $g(x) = |x^2 + 2x - 8|,$

c) $h(x) = \frac{x}{|x|}. \quad (3 + 4 + 5 \text{ pont})$

ÉRTÉKELÉS

0 – 17 pont: elégtelen

18 – 23 pont: elégséges

24 – 31 pont: közepes

32 – 41 pont: jó

42 – 63 pont: jeles