

A. HATÁROZATLAN INTEGRÁL

1. Képezze a primitív függvényeket!

a) $\int \frac{x+\sqrt{x^3}}{x^4} dx$;

b) $\int \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$;

c) $\int 3 \sin x dx$;

d) $\int \pi^x dx$;

e) $\int \frac{2}{\cos^2 x} dx$;

f) $\int \sinh x dx$.

2. Határozza meg a következő antideriváltakat.

a) $\int tg^2 x dx$;

b) $\int \cos^2 x dx$;

c) $\int \sin^2 x dx$;

d) $\int \frac{5}{x} dx$;

e) $\int 3e^x dx$;

f) $\int \frac{x^2}{x^2+1} dx$.

3. Integrálja parciálisan a következő szorzatfüggvényeket!

a) $\int x \sin x dx$;

b) $\int x \cos x dx$;

c) $\int x \cdot e^x dx$;

d) $\int x \cdot \ln x dx$;

e) $\int \sin x \cos x dx$;

f) $\int \ln x dx$.

4. Integrálja helyettesítéssel az alábbiakat.

a) $\int (3x+2)^3 dx$;

b) $\int \sqrt[4]{7x-16} dx$;

c) $\int e^{4x-7} dx$;

d) $\int 2^{5-3x} dx$;

e) $\int \sin(5x-2) dx$;

f) $\int \frac{1}{\sin^2(3x-2)} dx$.

B. HATÁROZOTT INTEGRÁL

5. A Newton–Leibniz-szabály segítségével határozza meg az alábbi határozott integrálokat!

a) $\int_0^1 x^2 dx$;

b) $\int_{-2}^0 (x^2 + 3) dx$;

c) $\int_1^8 \sqrt[3]{x^2} dx$;

d) $\int_1^3 x^{-2} dx$;

e) $\int_1^e \ln x dx$;

f) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin x dx$.

6. Adja meg a c valós paraméter értékét úgy, hogy teljesüljön az egyenlőség.

a) $\int_1^c x^2 dx = 114$;

b) $\int_0^c x^3 dx = 324$;

c) $\int_c^{2c} 4x^4 dx = 793,6$;

d) $\int_{\frac{\pi}{2}}^c -2 \sin x dx = 1, x \in [-2\pi; 2\pi]$.

7. Határozza meg a következő függvények görbéi és az x tengely közé eső síktartomány területét az adott x_1, x_2 határok között! Ábrázolja is a függvényeket!

a) $f(x) = \frac{1}{2} x^2, x_1 = 1, x_2 = 4$;

b) $g(x) = 3\sqrt{x}, x_1 = 0, x_2 = 4$;

c) $h(x) = -x^3 + 8, x_1 = 1, x_2 = 3$;

d) $i(x) = x^4 - 10x^2 + 9, x_1 = -1, x_2 = 2$.

8. Számítsa ki a két függvénygörbe által közrefogott területet!

a) $f(x) = x^2, g(x) = -x + 2$;

b) $f(x) = x^3 - 4x, g(x) = -x$;

c) $f(x) = x^3 - x, g(x) = x^2 - 1$;

d) $f(x) = \sin x, g(x) = \cos x, (a [0; 2\pi] - on)$.

9. Számítsa ki az alábbi függvénygrafikonoknak az x tengely körüli megforgatásával kapott forgástestek térfogatát az adott tartomány esetén.

a) $f(x) = 2\sqrt[3]{x}, I = [0; 8]$;

b) $g(x) = \sqrt{1-x^2}, I = [-1; 1]$;

c) $h(x) = \cos x - 1, I = [0; 2\pi]$;

d) $i(x) = \frac{2}{x}, I = [0,5; 2]$.