

ALAPINTEGRÁLOK :

$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c \quad \alpha \in \mathbf{R} \setminus \{-1\}$	$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + c$ $x \in I \subset (-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi), \quad k \in \mathbf{Z}$	$\int \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x} dx = \operatorname{th} x + c$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + c$ $x \in I \subset (0, +\infty)$ vagy $x \in I \subset (-\infty, 0)$	$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + c$ $x \in I \subset (k\pi, (k+1)\pi), \quad k \in \mathbf{Z}$	$\int \frac{1}{\operatorname{sh}^2 x} dx = -\operatorname{cth} x + c$ $x \in I \subset (0, +\infty)$ vagy $x \in I \subset (-\infty, 0)$
$\int e^x dx = e^x + c$	$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arc} \operatorname{tg} x + c$ vagy $-\operatorname{arc} \operatorname{ctg} x + c$	$\int \frac{1}{1-x^2} dx = \operatorname{ar} \operatorname{th} x + c,$ ha $x \in I \subset (-1, 1),$ $\int \frac{1}{1-x^2} dx = \operatorname{ar} \operatorname{cth} x + c,$ ha $x \in I \subset (-\infty, -1)$ vagy $x \in I \subset (1, +\infty)$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad a \in \mathbf{R}^+ \setminus \{1\}$	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \operatorname{arc} \sin x + c$ vagy $-\operatorname{arc} \cos x + c$	$\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx = \operatorname{ar} \operatorname{sh} x + c$
$\int \sin x dx = -\cos x + c$	$\int \operatorname{sh} x dx = \operatorname{ch} x + c$	$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx = \operatorname{ar} \operatorname{ch} x + c,$ ha $x \in I \subset (1, +\infty),$
$\int \cos x dx = \sin x + c$	$\int \operatorname{ch} x dx = \operatorname{sh} x + c$	$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx = -\operatorname{ar} \operatorname{ch} (-x) + c,$ ha $x \in I \subset (-\infty, -1)$

Megj.: $\int f(x) dx = F(x) + c$ azt jelenti, hogy $\forall x \in I \quad (F+c)'(x) = f(x)$, ahol $c \in \mathbf{R}$ és I intervallum, $I \subset D(f)$.

F az $f|_I$ -nek egy **primitív függvénye**, az $\{F+c : c \in \mathbf{R}\}$ halmaz pedig $f|_I$ primitív függvényeinek halmaza !

A fenti táblázatban az intervallumot csak akkor jeleztük, ha az **integrandus** (f) értelmezési tartománya nem intervallum, így meg kellett adnunk, hogy a primitív függvények $D(f)$ mely részintervallumán értendők. Hangsúlyozzuk, hogy az $\int f(x) dx$, $\int f$ szimbólumok f primitív függvényeinek **halmazát** jelölik !

Integrálás helyettesítéssel : $\int f(u(x)) \cdot u'(x) dx = \int f(t) dt \Big|_{t=u(x)} \quad \left(\int (f \circ u) \cdot u' = \left(\int f \right) \circ u \right),$
 $\int f(t) dt = \int f(u(x)) \cdot u'(x) dx \Big|_{x=u^{-1}(t)} \quad t = u(x), \quad u \text{ injektív függvény.}$

Parciális integrálás : $\int u'(x) \cdot v(x) dx = u(x) \cdot v(x) - \int u(x) \cdot v'(x) dx \quad \left(\int u' \cdot v = u \cdot v - \int u \cdot v' \right),$

Newton – Leibniz - tétel : Ha f az $[a, b]$ intervallumon értelmezett Riemann-integrálható függvény és az $F : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ folytonos függvényre : $\forall x \in (a, b) \quad F'(x) = f(x)$, akkor

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) . \quad \text{A jobb oldal szokásos jelölései :} \quad [F(x)]_{x=a}^{x=b}, \quad [F(x)]_a^b, \quad [F]_a^b .$$