

A. GAUSS-KIKÜSZÖBÖLÉS. HOMOGÉN EGYENLETRENDSZER

1. Oldja meg a következő egyenletrendszereket!

a)
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 1, \\ 4x_1 + 9x_2 = 4; \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 = 6, \\ 2x_1 - x_2 = 3; \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 = 6, \\ 2x_1 - x_2 = 1; \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 5, \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 = -1, \\ 4x_1 - x_2 - x_3 = 2; \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 6, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 3, \\ 6x_1 + x_2 + 2x_3 = 21; \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1, \\ 2x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 2, \\ 3x_1 - 9x_2 + 6x_3 = 6. \end{cases}$$

2. Keresse a triviálisától eltérő megoldásait a következő homogén egyenletrendszereknek!

a)
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0, \\ 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 0; \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ 8x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$$

B. MÁTRIXMŰVELETEK

3. Határozza meg, mikor egyenlő egymással a két mátrix!

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & \pi \\ 8 & -7 & 2,5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & a \\ x^3 & -7 & \ln y \end{pmatrix}$$

4. Legyen két mátrixunk $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 2 \\ 2 & -5 & 1 \end{pmatrix}$ és $B = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.Számítsa ki az $A + B$, $B - A$, $3A$, $-B$ mátrixokat!5. Határozza meg az $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ és a $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ mátrixokhoz azt a D mátrixot, amellyel $A + B - D =$ 0 .

6. Szorozza össze az

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \text{ és a } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ mátrixokat. Vizsgálja a szorzás kommutativitását!}$$

7. Számítsa ki az $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix négyzetét és köbét.

C. DETERMINÁNS. ADJUNGÁLT ÉS INVERZ MÁTRIX

8. Számítsa ki a következő négyzetes mátrixok determinánsát!

a)
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix},$$

c)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 3 & 4 & 15 \\ 5 & 6 & 21 \end{pmatrix},$$

b)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix},$$

d)
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 5 & -6 & 3 \\ 4 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

9. Határozza meg a következő mátrixok adjungáltját!

a)
$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix},$$

b)
$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix},$$

c)
$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

10. Számítsa ki a következő mátrixok inverzét!

a)
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

c)
$$C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix},$$

e)
$$E = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

b)
$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

d)
$$D = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix},$$

D. LINEÁRIS FÜGGETLENSÉG

11. Lineárisan függetlenek vagy összefüggők-e a következő vektorok?

a)
$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, u_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix};$$

b)
$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, u_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$