

A. ADDÍCIÓS ÖSSZEFÜGGÉSEK

1. Hozza egyszerűbb alakra!

$$\cos\left(\frac{5\pi}{6} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right)$$

2. Igazolja az alábbi összefüggések helyességét!

a) $\sin x \cdot \sin(x + y) + \cos x \cdot \cos(x + y) = \cos y$

b) $\cos x \cdot \sin(x - y) - \sin x \cdot \cos(x - y) = -\sin y$

3. Adja meg a következők szögfüggvényeinek pontos értékét!

a) 15°

b) $\frac{5\pi}{12}$

4. Adja meg a kétszeres, illetve háromszoros szögekre vonatkozó szögfüggvényformulákat (pl. $\sin 2x$, $\cos 3x$)!

5. Határozza meg a következő határértékeket!

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{x}$,

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{2x}$,

b) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(x - \pi)}{x - \pi}$,

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}$,

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$,

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$.

B. FÜGGVÉNYGRAFIKON SZELŐJE, ÉRINTŐJE; DIFFERENCIA- ÉS DIFFERENCIÁLHÁNYADOS

6. Határozza meg az alábbi függvények megadott pontokon átmenő szelőinek meredekségét.

a) $f(x) = x^2 - 4$; $x_1 = -1$, $x_2 = 3$;

b) $g(x) = \sqrt{x + 2}$; $x_1 = 0$, $x_2 = 2$;

c) $h(x) = 2^{-x}$; $x_1 = -2$, $x_2 = 1$;

d) $i(x) = \cosh x$; $x_1 = 0$, $x_2 = 2$.

7. Adja meg az alábbi függvények megadott pontokon átmenő szelőinek egyenletét.

a) $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$; $x_1 = 1$, $x_2 = 3$;

b) $g(x) = \sin x$; $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{\pi}{3}$;

c) $h(x) = \log_3(x + 2) + 1$; $x_1 = 1$, $x_2 = 7$;

d) $i(x) = \sinh x$; $x_1 = -1$, $x_2 = 1$.

8. Írja fel a megadott x_0 pontban az alábbi függvények differenciahányadosát a lehető legegyszerűbb formában.

a) $x_0 = 7$; $f(x) = -2x + 1$;

d) $x_0 = 0$; $i(x) = \frac{1}{x+2}$.

b) $x_0 = 2$; $g(x) = 3x^2 - 5$;

c) $x_0 = -2$; $h(x) = \sqrt{x + 3}$;

9. Számítsa ki az adott függvény adott x_0 pontbeli differenciálhányadosát.

a) $x_0 = 0$; $f(x) = 3x - 2$;

d) $x_0 = -2$; $i(x) = \frac{1}{2}x^3$

b) $x_0 = 1$; $g(x) = 6x^2 + 2x - 4$;

c) $x_0 = 3$; $h(x) = 2\sqrt{x}$;

10. Írja fel a függvények adott pontbeli érintőjének egyenletét.

a) $f(x) = 2x^2 - x + 3$, $x_0 = 3$;

d) $i(x) = x^3 + x^2$, $x_0 = 1$.

b) $g(x) = -(x + 3)^2 + 3$, $x_0 = -1$;

c) $h(x) = \frac{2}{x} - 2$, $x_0 = 4$;

C. ALAPDERIVÁLTAK

11. Állítsa elő a következő hatványfüggvények deriváltfüggvényeit!

a) $f(x) = x^5$;

e) $j(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}$;

h) $m(x) = \sqrt{x^3 \sqrt{x}}$;

b) $g(x) = x^{-3}$;

f) $k(x) = x^4 \sqrt{x}$;

i) $n(x) = \frac{3x\sqrt{x}}{\sqrt[5]{x}}$.

c) $h(x) = \frac{1}{x^6}$;

g) $l(x) = \frac{x^4}{\sqrt[3]{x}}$;

d) $i(x) = \sqrt[3]{x}$;

12. Deriválja a következő függvényeket.

a) $y = \sin x$;

c) $y = -\cos x$;

e) $y = \sinh x$;

b) $y = \cosh x$;

d) $y = 5^x$;

f) $y = \log_2 x$.